

男子部中等科・高等科

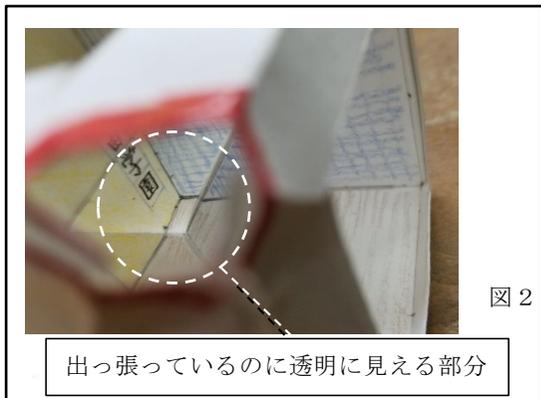
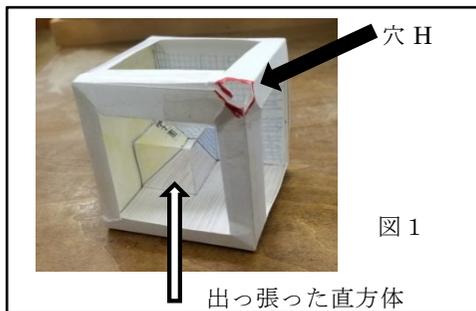
「見えるものと工作」 ～遠近法、錯視や射影空間を考える～

高田 貴

絵画や写真のように、平面に立体的な絵を映し出すことは、数学的には3次元空間の2次元空間への射影である。この射影の仕組みを考え、工作に取り入れることによって、遠近感のある絵や錯視を起こすことができる。報告会では、中1から高3までの17名で、紙でできているのにある視点から見ると紙の部分が透明に見える箱の工作、比例を用いた遠近感のある絵の描き方を共通なベースとして学習し、その後、大きな模型の製作、絵画、建物や屋外を使った展示に錯視が起きるような製作を行った。

1. 中の中の出っ張りが透明になるように見える箱の製作

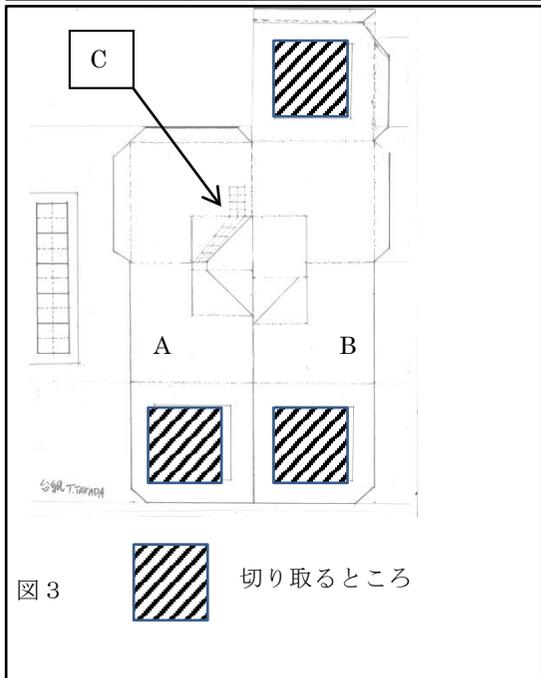
はじめに図1のような模型の制作を行った。



これは、1辺が8cmの立方体の紙の箱で、手前3面には正方形の穴が、また、矢印の角には、三角形の穴Hが開いている。また、中に直方体の形のでっぱりがある。横から見ると、ただの直方体の出っ張りであるが、この三角形から中をのぞくと、中の直方体があたかも無いように見えるように線と模様を書いてあるものである。実際に角から中を見ると、図2のように見える。

中にある出っ張った直方体の上には、外側の立方体の角が内側から見たときと同じに見えるように線分が描かれている。

台紙は、図3のようにになっている。これの実線のところを切り取り図4のように組み立てると、図1のような箱になるようにできている。Aの面とBの面の一部を内側に折り曲げて、Bの面の上にAの面が重なるようになる。



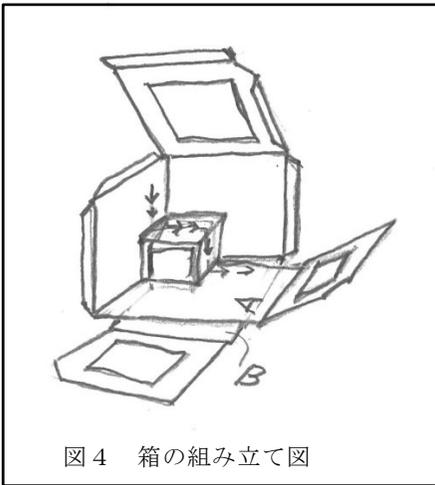


図 4 箱の組み立て図

この箱の作成の目的は、Cの部分に字を書くことにある。ここでは、5文字の升目が書いてあるが、上2文字は、そのまま字を書いて、下3文字は、斜め左下に細くなりながら伸びる升目に沿って書くことになる。その練習のために、箱の製作の前に、図5のような文字の変形の実習を行った。

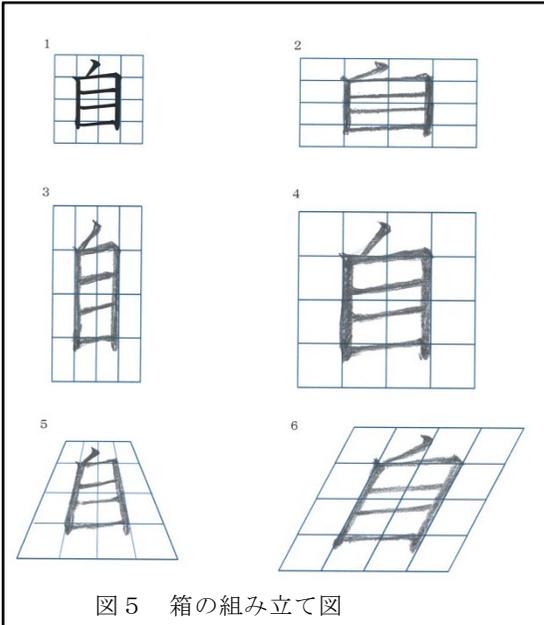


図 5 箱の組み立て図

図5の6のような形で、図3の台紙の枠に沿って書くと、図2の「学園」のように、穴から見るとまっすぐ立って見えるようになる。

箱の中央部の直方体が透明に見えるようにするためには、内側の面に色を塗るとよい。特に、底面になるところ、側面になるところそれぞれ、別の色にするとよい。縞模様など方向を付けて色を塗るとより透明に見える効果が出るが、部分によって角度を変える必要があるので、丁寧な仕事でより面白いものを作る意欲がある生徒が挑戦していた。中等科1年生の中には、箱を組み立てるのが難しく、何度か作り直したものもいた。できた作品は、ステージ発表で提示すると同時に、展示作品とした。また、大きな模型を作って、ステージ発表で説明した。



図 6 手前の小さな箱が、各自が作った箱、奥のダンボールで作ったものがステージ発表で使った模型

2. 遠近法の図

共通の基礎勉強として、比例の応用として、遠近法を用いて奥行きのある図の作成をした。作図方法は以下の通りである。

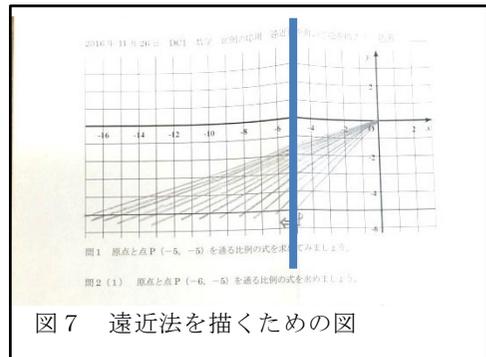


図 7 遠近法を描くための図

最初に図7のように原点から座標(-5, -5)、

(-6, -5)、(-7, -5)、(-8, -5)、…と x 座標を1つずつ減らした点に向けてグラフを書き、縦線 $x = -5$ に沿って山折にして、グラフが $x = -5$ で横切る y 座標をそれぞれの点にわりあてると、高さが $y = -5$ で x 軸の負の方向に無限に伸びる直線を座標 (-5, -5) から (-5, 0) の線分に対応させることができる。これを用いると、図8、図9のようにずっと伸びる線路の絵を描くことができる。

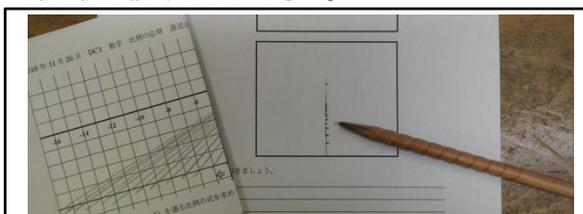


図8 図7の表を用いて紙に印を付けたところ

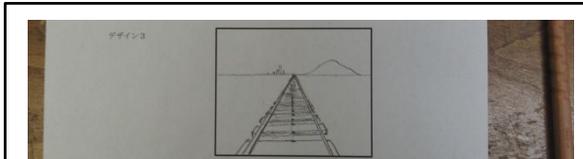


図9 図8の点を用いて線路の絵を描いたところ

この手法を用いて、図10のような、ずっと奥まで続く本棚の絵を作成した。



図10 ずっと奥まで続く本棚の絵

3. 男子部体操館の「男」の字

高等科1年生3名で、錯視の応用として、ある特定の場所から立ってみると、建物に字の模様が浮かび出る模様を設計して作成した。設計図を描き、凹凸のある男子部体操館の前面に、ダンボールに色を付けて貼り付ける方法で作成した。図11は、作品を設置しているところである。建物が歴史的建造物なので、釘などは用いず、掲示用の粘着材と糸などを組み合わせて設置したが、耐久性は低かった。図11は、設置作業の様子、図12は、ある特定の点から作品を見た様子である。



図11 作品を設置しているところ



図12 完成した作品

4. 男子部芝生上の大きなメッセージ

3と同様に同様に、男子部芝生に文章をさまざまな大きさで作り、ある1点から見ると同じ大きさの字でメッセージ「医者を覚悟で腹十分目」が見えるように、設置した。メッセージの意味は、学業報告会当日の料理も男子部生が作るの、どうぞ、残さず食べてください、という意味で、色もデザートのリラミスイメージしたものだった。図12がその写真である。支えの足の位置が前後に異なっているが、文字の大きさはほぼそろっているものを作ることができた。ただし、当日、視点ははっきりと1点に定める必要がある

ことがわかったこと、また、風が強く吹いたため、作品を倒れないようにすることが必要だった。



図 13 芝生に置かれたメッセージ

5. 風景となじむ箱

2人(中1, 2)が箱の中に箱を置いて、穴から覗くと、中の箱に描いた模様と風景と重なり、箱が透明になるような作品の作成をした。内箱の側面にどのように模様を描くか、特に側面は横方向に大きく引き伸ばす必要があるため、何度も試作して調整した。



図 14 作った箱(左)と中から見た様子(右)

6. 1年教室の扉

中等科1年の5名のもので、1年教室の入り口に、ある1点から見ると廊下が奥まで伸びて見えるようになる絵を作成した。(図15)



図 15 扉に描かれた錯視の図

図15の右の部分が実際は扉に貼り付けてある絵で、奥に廊下伸びて見えるように描かれている。

7. まとめ

高等科1年の図12、13では、定量的な考察をしたが、中学生が多かったため、そのほかの作品は、定性的に、また、現場で試行錯誤しながら調節するようなものが多くなった。ステージの発表では、「中の中の出っ張りが透明になるように見える箱」は、現物を見ないと説明がわからないとの指摘をリハーサルで受け、全員で協力して、小さな箱を20個ほど作り、発表前に客席に回して、理解しやすいようにした。

報告会準備期間では、特に前半、数学的な内容を全体で学習する機会を取り、比例などの説明は、少人数のグループに分かれて、上級生に説明してもらうようにして、それは、上級生、下級生双方の学びを深める機会となった。また、製作に当たっては、予備実験の重要性を再認識した。特に高等科1年の野外の文字の製作では、作業量の把握がなかなかできずに、当日もいろいろな調整をすることになった。野外展示では、角度が少しずれるだけで文字がずれてしまうので、固定する方法などを工夫できると、より質の高いものになると考えられる。

ものを見るという行為は、「視点を通る直線の束の1本1本に対して色を認識する」ことを連続的に合わせてものの形を認識する、と捉えることもできる。数学の概念としての射影空間は、目でもものを見る(遠くの点でも、近くの点でも、目に入ってくる角度が同じであれば、同一点として認識される)ということを含んでいる。舞台の報告でも、中等科1年生が、木のまっすぐな棒に印を3つつけて、見る角度によって、3点が1点に見えたり、折れた線分も紙を折り曲げて角度を付けてみることによってまっすぐに見えることなどで説明した。最初に作った箱も、中に出っ張らせる部分の大きさや形を変えると、3次元ベクトルの媒介変数表示や、逆関数、局所座標系などの実験として、設計し考察することができる。